

Proof that $1 + 1 = 2$

English Version

Introduction

The statement that $(1 + 1 = 2)$ is a fundamental truth in arithmetic. While it seems intuitive, a rigorous proof requires a formal mathematical foundation. This proof was first systematically developed in *Principia Mathematica** by Alfred North Whitehead and Bertrand Russell.

1. Definition of 1 and 2 in Set Theory

Using Peano arithmetic, numbers can be constructed from set theory:

- (0) is defined as the empty set: $(0 = \text{emptyset})$
- (1) is defined as the set containing (0) : $(1 = \{0\})$
- (2) is defined as the set containing (0) and (1) : $(2 = \{0, 1\})$

Addition is defined recursively using Peano's successor function:

- The successor of (x) , denoted $(S(x))$, is defined as $(S(x) = x + 1)$

2. Formal Proof

Using Peano's axioms and the definition of addition:

$$(1 + 1 = S(1))$$

By definition, the successor of (1) is:

$$(S(1) = 2)$$

Thus, we conclude:

$$(1 + 1 = 2)$$

Conclusion

The proof that $(1 + 1 = 2)$ follows from the formal foundations of Peano arithmetic and set theory. Though trivial in everyday usage, this formalization is essential for rigorous mathematical logic.

Version Française

Introduction

L'affirmation que $(1 + 1 = 2)$ est une vérité fondamentale en arithmétique. Bien que cela semble évident, une démonstration rigoureuse nécessite des bases mathématiques formelles. Cette preuve a été développée systématiquement dans les *Principia Mathematica* par Alfred North Whitehead et Bertrand Russell.

1. Définition de 1 et 2 en Théorie des Ensembles

En utilisant l'arithmétique de Peano, les nombres peuvent être construits à partir de la théorie des ensembles :

- (0) est défini comme l'ensemble vide : $(0 = \text{emptyset})$
- (1) est défini comme l'ensemble contenant (0) : $(1 = \{0\})$
- (2) est défini comme l'ensemble contenant (0) et (1) : $(2 = \{0, 1\})$

L'addition est définie récursivement via la fonction successeur de Peano :

- Le successeur de (x) , noté $(S(x))$, est défini comme $(S(x) = x + 1)$

2. Preuve Formelle

En utilisant les axiomes de Peano et la définition de l'addition :

$$(1 + 1 = S(1))$$

Par définition, le successeur de (1) est :

$$(S(1) = 2)$$

Ainsi, nous obtenons :

$$(1 + 1 = 2)$$

Conclusion

La démonstration que $(1 + 1 = 2)$ repose sur les fondements stricts de l'arithmétique de Peano et de la théorie des ensembles. Bien que trivial en usage quotidien, cette formalisation est essentielle pour la logique mathématique rigoureuse.

From:
<https://www.sui-juris.fr/wiki/> - :Res-sources sui-juris.

Permanent link:
https://www.sui-juris.fr/wiki/doku.php?id=science:un_plus_un_egal_deux

Last update: 2025/03/11 14:26



